

2^η ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΗ ΠΕΡΙΟΔΟΣ

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ:
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΘΕΤΙΚΟΥ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
Β' ΛΥΚΕΙΟΥ

ΘΕΜΑ Α.

A1. Τι ονομάζεται παραβολή με εστία Ε και διευθετούσα (δ);

Μονάδες 5

A2. Να αποδείξετε ότι η εξίσωση εφαπτόμενης του κύκλου $c: x^2 + y^2 = \rho^2$ στο σημείο του $A(x_1, y_1)$ είναι: $xx_1 + yy_1 = \rho^2$.

Μονάδες 10

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σωστό(Σ) ή Λάθος(Λ).

- Η εξίσωση $(x+x_0)^2 + (y+y_0)^2 = \rho^2$ παριστάνει κύκλο με κέντρο $K(x_0, y_0)$ και ακτίνα ρ .
- Ένα διάνυσμα παράλληλο στην ευθεία με εξίσωση $Ax + By + \Gamma = 0$ είναι το $\vec{\delta} = (A, B)$.
- Το εσωτερικό γινόμενο δύο διανυσμάτων ισούται με το άθροισμα των γινομένων των ομώνυμων συντεταγμένων τους.
- Η παραβολή με εξίσωση $x^2 = 2\rho y$ έχει εστία $E\left(\frac{\rho}{2}, 0\right)$ και διευθετούσα (δ): $y = -\frac{\rho}{2}$.
- Αν λ_1, λ_2 είναι οι συντελεστές διεύθυνσης δύο κάθετων ευθειών, τότε ισχύει $\lambda_1 \cdot \lambda_2 = -1$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β.

Δίνονται τα διανύσματα $\vec{\alpha}, \vec{\beta}$ με $|\vec{\alpha}| = 1, |\vec{\beta}| = \frac{1}{2}, (\vec{\alpha} - 2\vec{\beta}) \perp (2\vec{\alpha} - \vec{\beta})$ και το διάνυσμα $\vec{\gamma} = \vec{\alpha} + 2\vec{\beta}$.

B1. Να αποδείξετε ότι $\vec{\alpha} \cdot \vec{\beta} = \frac{1}{2}$ και $\vec{\alpha} \nearrow \nearrow \vec{\beta}$.

Μονάδες 10

B2. Να δείξετε ότι $|\vec{\gamma}| = 2$ και να βρεθεί η γωνία των διανυσμάτων $\vec{\alpha}$ και $\vec{\gamma}$.

Μονάδες 10

B3. Αν $\vec{\alpha} = \left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, να βρεθεί η γωνία ω που σχηματίζει το διάνυσμα $\vec{\alpha}$ με τον xx' .

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Γ.

Δίνεται η εξίσωση $(\lambda^2 - \lambda)x + (\lambda - 1)y - \lambda^2 - \lambda + 2 = 0$ (1), $\lambda \in \mathbb{R}$.

Γ1. Να δείξετε ότι η (1) παριστάνει ευθεία για κάθε $\lambda \in \mathbb{R} - \{1\}$.

Μονάδες 5

Γ2. Να δείξετε ότι όλες οι ευθείες που ορίζονται από την (1) διέρχονται από σταθερό σημείο A, το οποίο και να βρεθεί.

Μονάδες 5

Γ3. Αν $A(1,2), B(3,-1), \Gamma(-1,-2)$, να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.

Μονάδες 5

Γ4. Να βρείτε την εξίσωση του ύψους AD και της διαμέσου AM του τριγώνου ABΓ του ερωτήματος Γ3.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ.

Δίνεται η εξίσωση $c: x^2 + y^2 - 4x - 6y - 12 = 0$.

Δ1. Να δείξετε ότι παριστάνει κύκλο και να βρεθεί το κέντρο και η ακτίνα του.

Μονάδες 5

Δ2. Να δείξετε ότι το σημείο $A(4,5)$ είναι εσωτερικό του κύκλου c και να βρεθεί η εξίσωση χορδής (ε) που έχει μέσο το A.

Μονάδες 8

Δ3. Να δείξετε ότι η ευθεία (η): $3x + 4y + 7 = 0$ είναι εφαπτόμενη του κύκλου c.

Μονάδες 6

Δ4. Αν (ε): $x + y - 9 = 0$, να βρείτε την εξίσωση παραβολής που έχει κορυφή την αρχή των αξόνων και εστία E το σημείο τομής της (ε) με τον x' .

Μονάδες 6